

Física I – Prova 1 – 04/07/2015

NOME **GABARITO**

MATRÍCULA _____ TURMA _____ PROF. _____

Lembrete:

A prova consta de 2 questões discursivas (que deverão ter respostas justificadas, desenvolvidas e demonstradas matematicamente) e 10 questões de múltipla escolha. As questões discursivas valem 3,0 pontos e as de múltipla escolha valem 0,4 ponto.

Utilize: $g = 9,80 \text{ m/s}^2$, exceto se houver alguma indicação em contrário.

Q1.(3,0 pontos) A figura (A) mostra um bloco de massa $m_1 = 5,0\text{kg}$, sobre uma superfície sem atrito, que está preso a uma mola horizontal cuja constante é $k = 50 \text{ N/m}$. O bloco é deslocado para a direita e é liberado em $t = 0$, passando a mover-se para a esquerda. No instante t_0 , o bloco passa pela primeira vez pela posição de equilíbrio, $x = 0$, com velocidade escalar máxima de $v_{\text{max}} = 0,87 \text{ m/s}$.

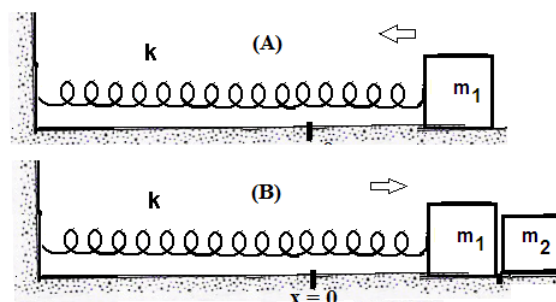
(a) Qual é a amplitude da oscilação?

(b) Determine o instante t_0 .

Ao retornar à posição inicial do movimento, o bloco m_1 encontra-se com um bloco de massa $m_2 = 1,0\text{kg}$ em repouso. O primeiro bloco gruda-se ao segundo, conforme a figura B. Calcule, nas oscilações subsequentes,

(c) a amplitude;

(d) a frequência angular.



Resolução:

Em um movimento harmônico simples, a equação mais geral para o deslocamento $x(t)$ é dada pela expressão,

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi_0) \quad (1)$$

uma vez que se inicia do repouso e deslocado de A da posição de equilíbrio, por conseguinte, a constante de fase da oscilação, ϕ_0 , é nula. Devemos determinar A e a frequência angular ω para que a solução seja completa. A velocidade $v(t) = dx(t)/dt$ é

$$v(t) = -\omega A \sin(\omega t) \quad (2)$$

(a) A rapidez máxima é

$$v_{\max} = \omega A. \quad (3)$$

A frequência angular é determinada pelos valores conhecidos do sistema massa-mola,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{50}{5,0}} = \sqrt{10} = 3,16 \text{ rad/s}. \quad [0,4 \text{ ponto}]$$

Pela eq.(3), a amplitude da oscilação é determinada uma vez que a rapidez máxima é conhecida,

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega}, \left[A = \frac{0,87}{3,16} = 0,27 \text{ m} \right] \quad [0,4 \text{ ponto}]$$

(b) A rapidez é máxima quando $\sin(\omega t) = 1$ na eq.(2), ou seja, no instante em que

$$\omega t_0 = \pi/2. \quad [0,3 \text{ ponto}]$$

Assim, o tempo t_0 é calculado

$$t_0 = \frac{3,14}{2} \frac{1}{3,16} = 0,497$$

$$[t_0 = 0,50 \text{ s}] \quad [0,4 \text{ ponto}]$$

(c) Ao retornar na posição inicial de movimento, a velocidade do bloco m_1 é nula e continua o movimento com o bloco m_2 colado. O momento linear se conserva, pois não há forças externas na direção do movimento, e ele é nulo tanto antes como depois da colisão. A energia cinética é nula tanto antes como depois da colisão, por que a velocidade do bloco m_1 é nula imediatamente antes da colisão e, imediatamente após, os blocos colados têm velocidade nula, como consequência da conservação do momento linear do sistema. A energia potencial elástica, $0,5kA^2$, não varia na colisão, pois inicia o movimento na mesma posição original. Conclui-se que a energia mecânica se conserva na colisão:

$$E_{antes} = E_{apos} \Rightarrow K_{antes} + U_{antes} = K_{apos} + U_{apos}$$

$$\frac{kA_{antes}^2}{2} = \frac{kA_{apos}^2}{2} \quad \text{[0,5 ponto]}$$

Da equação acima, obtemos a amplitude da oscilação dos blocos após a colisão que continua sendo a mesma antes da colisão:

$$[A_{apos} = A_{antes} = 0,27m] \quad \text{[0,5 ponto]}$$

(d) A massa do oscilador é $m = m_1 + m_2$ e podemos obter a frequência angular desse oscilador

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{50}{6}} \Rightarrow \omega = 2,9 \text{ rad/s} \quad \text{[0,5 ponto]}$$

Q2.(3,0 pontos) Duas estrelas idênticas, cada uma com massa M , formam um sistema estelar binário. Separadas pela distância $2R$, as estrelas giram em torno do centro de massa do sistema. A órbita é circular, de modo que as duas estrelas estão sempre em lados opostos do círculo.

- (a) [0,5ponto] Determine a posição do centro de massa do sistema binário.
- (b) [0,7ponto] Calcule a força gravitacional de uma estrela sobre a outra.
- (c) [1,0ponto] Qual é a velocidade orbital de cada estrela e o seu período?
- (d) [0,8ponto] Qual deve ser a energia necessária para separar as duas estrelas até a distância infinita?

Resolução:

(a) A posição do centro de massa do sistema binário, conforme a figura, é

$$R_{cm} = \frac{M \times R + M \times R}{2M} = \frac{2MR}{2M} = R \quad \underline{[0,5 \text{ ponto}]} \quad (1)$$

Este é o raio da órbita de cada estrela.

(b) De acordo com a lei de gravitação, a força de gravitação que atua sobre uma estrela é

$$F = \frac{GM^2}{(2R)^2} = \frac{GM^2}{4R^2} \quad \underline{[0,7 \text{ ponto}]} \quad (2)$$

(c) Cada estrela está em órbita circular de raio R sob a ação da força gravitacional F , eq.(2), então a segunda lei de Newton permite escrever,

$$\frac{GM^2}{4R^2} = M \frac{v^2}{R} \quad (3)$$

Explicitando v , a velocidade orbital é

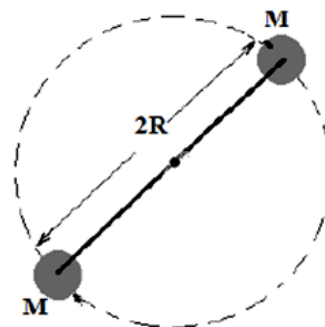
$$v = \sqrt{\frac{GM}{4R}} \quad \underline{[0,5 \text{ ponto}]} \quad (4)$$

A velocidade v é a distância $2\pi R$ percorrida durante o período T , tempo gasto em uma revolução,

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Para obtermos uma expressão para T , usamos a eq. (4):

$$\frac{2\pi R}{T} = \sqrt{\frac{GM}{4R}}$$



Realizando algumas operações algébricas, obtemos o período orbital de uma estrela,

$$T = 4\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \quad \underline{[0,5 \text{ ponto}]} \quad (5)$$

- (d) A energia necessária para separar as estrelas a uma distância infinita é dada pela diferença entre a energia mecânica total da estrela binária em órbita, E_b , e a energia mecânica total, E_∞ , quando as estrelas estão infinitamente separadas. A energia mecânica em órbita é

$$E_b = K_1 + K_2 + U = 2\left(\frac{Mv^2}{2}\right) - \frac{GM^2}{(2R)}$$

Usando a eq.(4), escrevemos

$$E_b = \frac{GM^2}{4R} - \frac{GM^2}{2R} = -\frac{1}{4} \frac{GM^2}{R} \quad \underline{[0,4 \text{ ponto}]} \quad (6)$$

A energia mecânica das estrelas no infinito é

$$E_\infty = K_{1\infty} + K_{2\infty} + U_\infty = 0 \quad (7)$$

A energia necessária é obtida

$$W = E_\infty - E_b = \frac{1}{4} \frac{GM^2}{R} \quad \underline{[0,4 \text{ ponto}]} \quad (8)$$

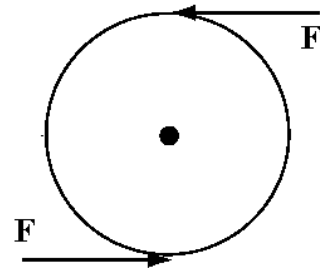
Questões de Múltipla Escolha

1. [0,4] Ao sair de um prédio, você abre a porta para fora. Se o eixo de rotação da porta se encontra na sua direita, qual é o sentido do vetor velocidade angular da porta?

- (a) para cima
- (b) para baixo
- (c) para sua esquerda
- (d) para sua direita
- (e) para a frente.

2. [0,4] Duas forças de magnitude 5,00N agem sobre um disco de raio 0,400m e massa 6,25kg, como apresentado na figura. O disco, inicialmente em repouso, pode girar sem atrito em torno do seu centro. O momento de inércia do cilindro é $mr^2/2$. Após 1,00 segundo a velocidade angular do disco em rad/s é

- (a) $\omega = 0$
- (b) $\omega = 8$
- (c) $\omega = 6$
- (d) $\omega = 10$
- (e) $\omega = -8$



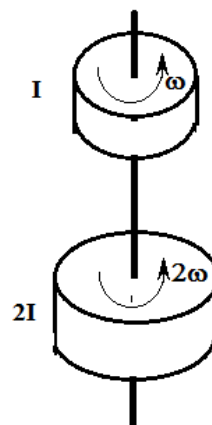
3. [0,4] Um corpo rígido gira em torno de um eixo fixo com uma aceleração angular constante. Qual das seguintes afirmações é verdadeira no que concerne à aceleração tangencial de qualquer ponto no corpo?

- (a) A aceleração tangencial é zero.
- (b) A aceleração tangencial depende da velocidade angular.
- (c) A aceleração tangencial é igual à aceleração centrípeta.
- (d) A aceleração tangencial é constante tanto em magnitude quanto em direção.
- (e) A aceleração tangencial depende da taxa de variação da velocidade angular.

4. [0,4] Um satélite de massa $1,00 \times 10^4 \text{ kg}$ está em órbita elíptica ao redor da Terra. Sua velocidade é 9,00km/s e faz 120° com o vetor posição no instante em que a distância ao centro da terra é $9,00 \times 10^3 \text{ km}$. A distância mínima entre o satélite e o centro da Terra é $6,60 \times 10^3 \text{ km}$. A velocidade do satélite nesta posição é

- (a) 10,7km/s.
- (b) 0,75km/s
- (c) 12,2km/s
- (d) 6,10km/s
- (e) 9,00km/s

5. [0.4] Dois discos são montados em um eixo vertical comum e sem atrito. O disco superior com momento de inércia I gira com velocidade angular ω . O disco inferior com momento de inércia $2I$ gira com velocidade angular 2ω , no mesmo sentido do disco superior, como mostrados na figura. O disco superior cai sobre o disco inferior e, por causa do atrito entre as superfícies, os dois discos atingem a mesma velocidade angular

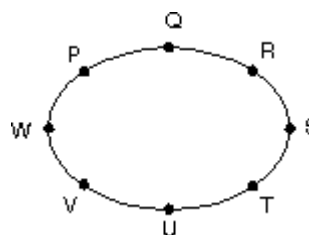


- (a) $5\omega/3$
 (b) $\omega\sqrt{3}$
 (c) $\omega\sqrt{7/3}$
 (d) ω
 (e) 3ω

- 6) Um satélite de massa m move-se em uma órbita circular a uma altitude $2R$ acima da superfície de um planeta de raio R e massa M . Quanta energia deve ser adicionada ao sistema para que o satélite passe para uma órbita circular a $3R$ acima da superfície?

- (a) $GmM/(24R)$
 (b) $GmM/(15R)$
 (c) $GmM/(12R)$
 (d) $2GmM/(21R)$
 (e) $3GmM/(5R)$

7. [0.4] Um planeta possui uma órbita elíptica ao redor de uma estrela que ocupa um dos focos. A única interação entre o planeta e a estrela é a interação gravitacional. Em qual par de pontos a rapidez do planeta é a mesma?



- (a) W e S
 (b) P e T
 (c) P e R
 → (d) Q e U
 (e) V e R

8. [0,4] Um corpo de massa 5,0 kg está suspenso por uma mola que se distende de 10 cm do seu comprimento em que a mola está relaxada. A mola é esticada para baixo mais 5,0 cm e é liberada. A sua posição como função de tempo é aproximadamente

- (a) $y = 0,10 \sin(9,9 t)$
- (b) $y = 0,10 \cos(9,9t)$
- (c) $y = 0,10 \cos(9,9 t + 1)$
- (d) $y = 0,10 \sin(9,9t + 5)$

→ (e) $y = -0,05 \cos(9,9t)$

9. [0,4] Em um movimento harmônico simples, o módulo da velocidade é máximo no ponto do movimento onde

- (a) o módulo da aceleração é máximo.
- (b) o deslocamento é máximo.
- (c) o módulo da aceleração é mínimo.
- (d) a energia potencial é máxima.
- (e) a energia cinética é mínima.

10. [0,4] Para dobrar a energia total de um corpo que oscila preso a uma mola com amplitude A, é necessário

- (a) Aumentar a amplitude por $\sqrt{2}$.
- (b) Aumentar a amplitude por 2.
- (c) Aumentar a amplitude por 4.
- (d) Aumentar a frequência angular por 2.
- (e) Aumentar a amplitude por 4 e decrescer a frequência angular por $1/\sqrt{2}$.